IL LIBRO DEI LEMMI

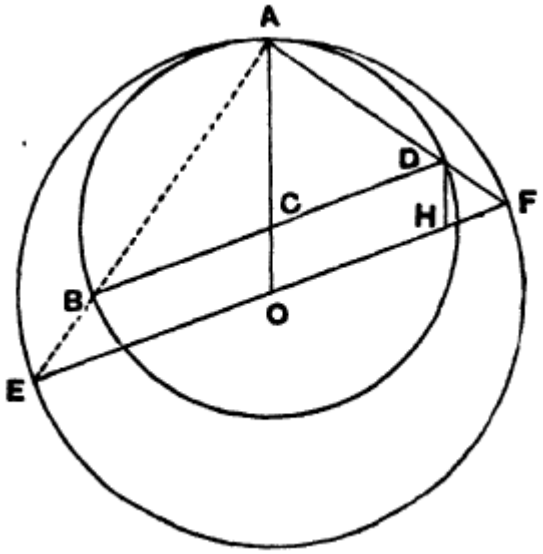
Archimede di Siracusa

Raccolta dei lemmi dalla traduzione di T. L. Heath (1897) a cura di C. Suriano

La cosiddetta tomba di Archimede a Siracusa

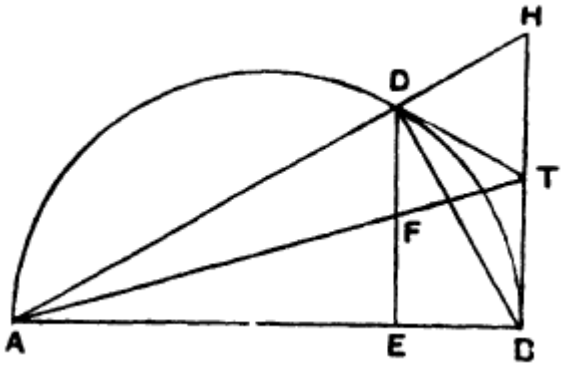
Proposizione 1.

Se due cerchi si toccano in A, e se BD, EF sono due loro diametri paralleli, allora ADF giacciono in linea retta.



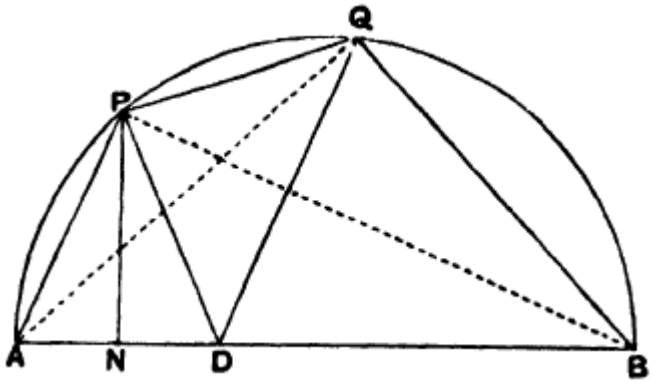
Proposizione 2.

Sia AB il diametro di un semicerchio, le tangenti ad esso in B e in un qualsiasi altro pu to D si incontrino in T. Se ora si conduce la perpendicolare DE ad AB e se AT, DE si incontrano in F allora DF=FE.



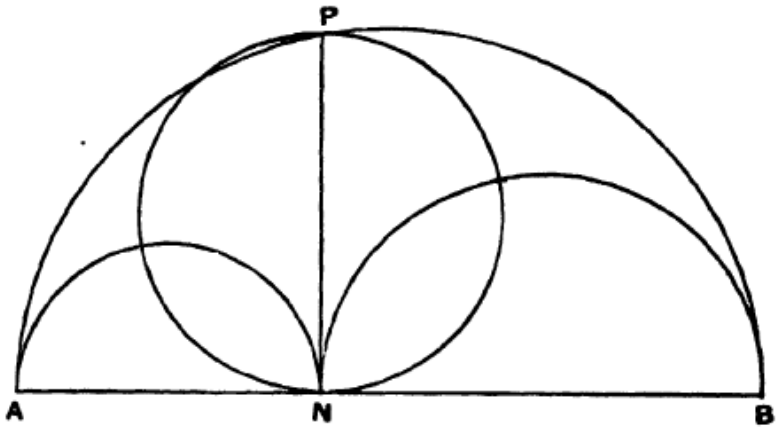
Proposizione 3.

Sia P un punto qualsiasi su un segmento di cerchio la cui base è AB e sia PN perpendicolare ad AB. SI consideri D su AB tale che AN=ND. Se ora PQ è un arco uguale all'arco PA e si congiungono BQ, allora BQ=BD.



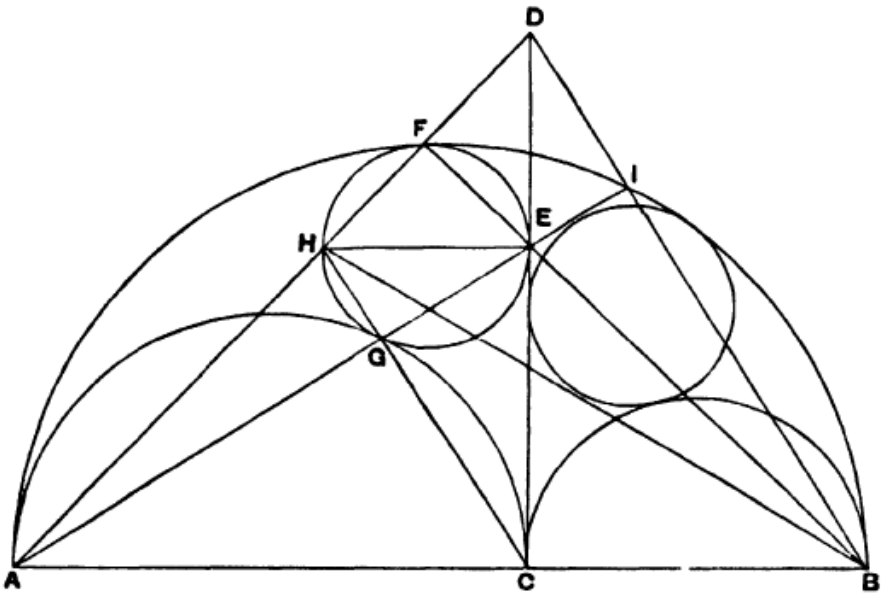
Proposizione 4.

Se AB è il diametro di un semicerchio e N un punto su AB e se all'interno di questo primo semicerchio si descrivono due semicerchi aventi rispettivamente AN, BN come diametri, la figura compresa tra gli archi dei tre semicerchi è detto *arbelo*, e la sua area è uguale a quella del cerchio avente PN quale diametro, dove PN è la perpendicolare ad AB che incontra il semicerchio iniziale in P.



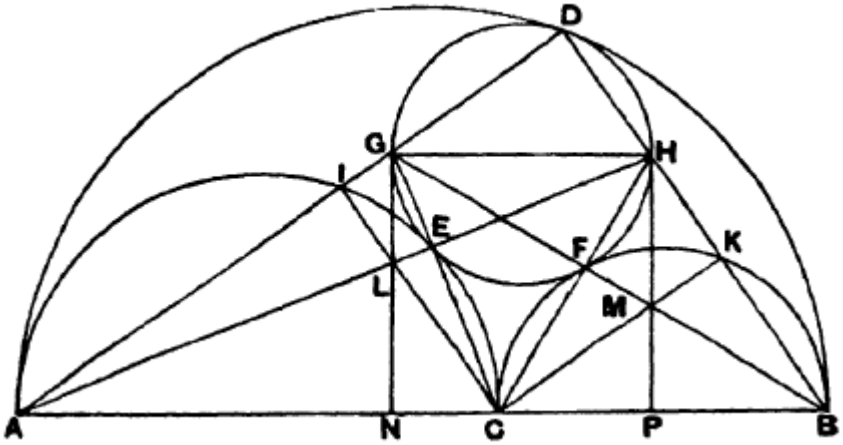
Proposizione 5.

Sia AB il diametro di un semicerchio, C un punto su AB e CD la perpendicolare ad esso e si traccino all'interno del primo semicerchio dei semicerchi aventi AC, CB come diametri. Allora se si determinano due cerchi ciascuno dei quali tocca due dei semicerchi, essi sono uguali.



Proposizione 6.

Sia AB il diametro di un semicerchio che viene diviso in C in maniera tale che $AC = \frac{3}{2}BC$. Tracciare dei semicerchi interni al primo semicerchio su e aventi come diametro AC, CB e supponiamo di tracciare un cerchio che tocchi i tre semicerchi. Se GH è un diametro di questo cerchio, trovare la relazione tra GH e AB.



Si trova che: GH è medio proporzionale tra AN e PB.

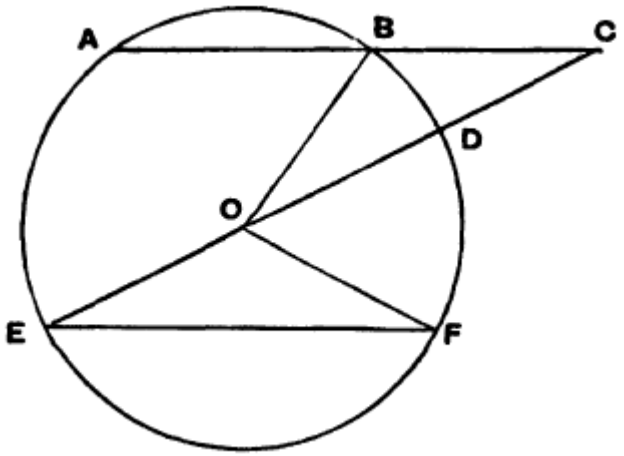
Proposizione 7.

Se si circoscrivono ed inscrivono due cerchi ad un quadrato, il cerchio circoscritto è doppio di quello inscritto.

.

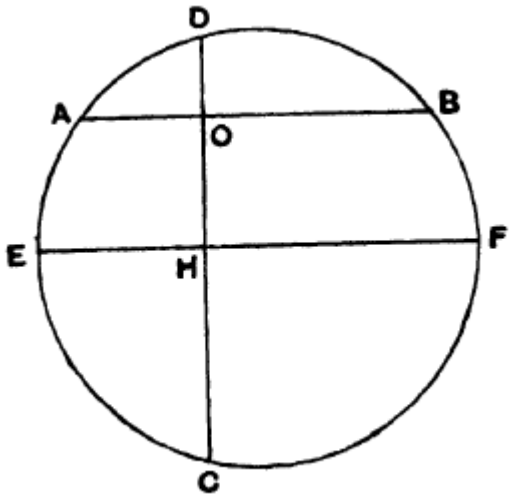
Proposizione 8.

Se AB è una corda qualsiasi di un cerchio il cui centro è O e se si prolunga AB fino a CF in modo che BC è uguale al raggio e se inoltre CO incontra il cerchio in D e si prolunga fino ad incontrare una seconda volta il cerchio in E, l'arco AE sarà uguale a tre volte l'arco BD.



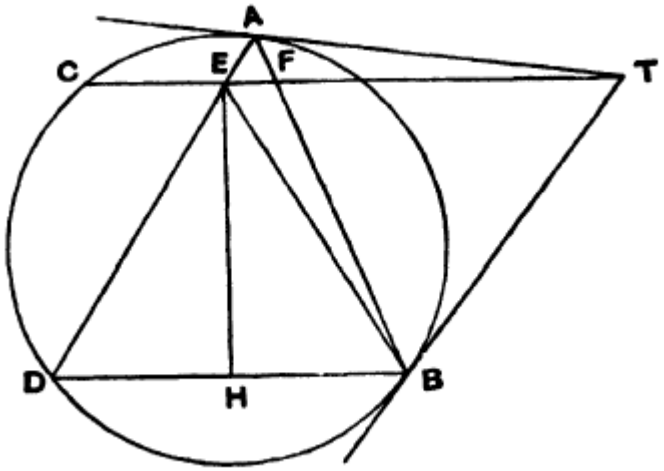
Proposizione 9.

Se in un cerchio due corde AB, CD che non passano per il centro si intersecano secondo un angolo retto, allora arco AD + arco CB = arco AC + acro DB.



Proposizione 10.

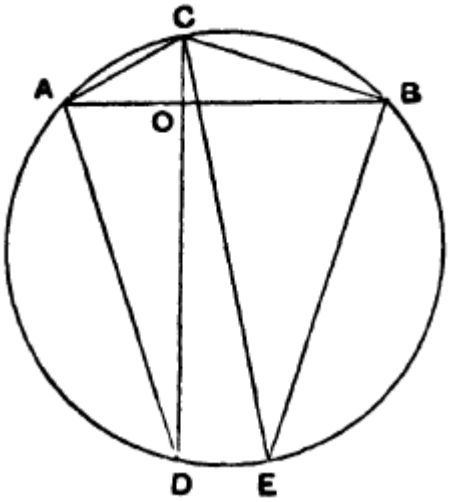
Supponiamo che TA e TB siano due tangenti a un cerchio, mentre TC lo seca. Sia BD una corda per B parallela a TC, AD intersechi TC in E. Se allora si innalza la perpendicolare EH a BD questo viene bisecato in H da quella.



Proposizione 11.

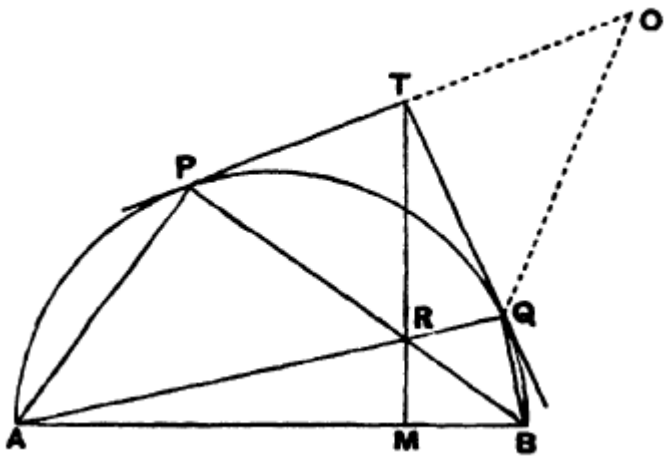
Se in un cerchio due corde AB e CD si intersecano ad angolo retto in un punto O che non sia il centro, allora

$AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2 = \text{diametro}^2$.



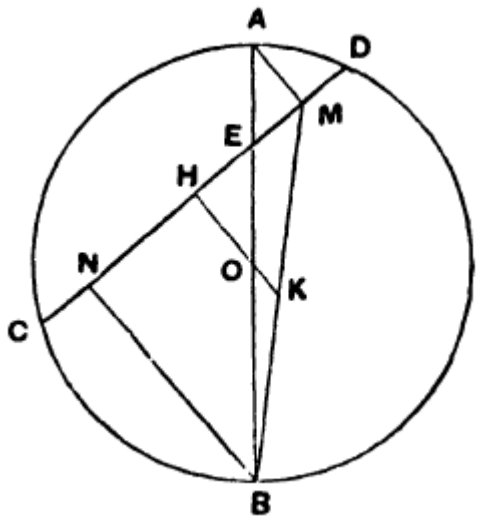
Proposizione 12.

Se AB è il diametro di un semicerchio e TP, TQ le tangenti ad esso da un punto T, e se si AQ, BP si intersecano in R allora TR è perpendicolare ad AB.



Proposizione 13.

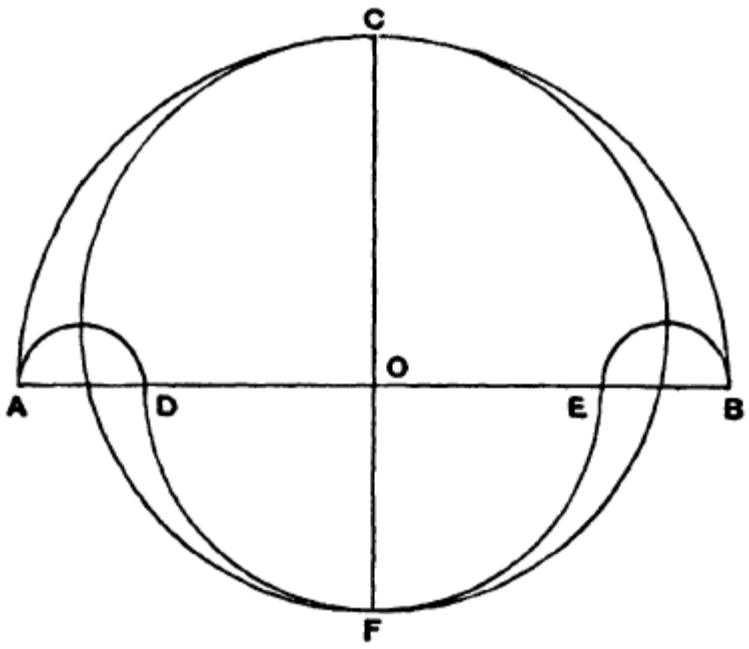
Se il diametro AB di un cerchio incontra una qualsiasi corda CD, che non sia un diametro, in E, e se si tracciano AM, BN perpendicolari a CD allora CN = DM.

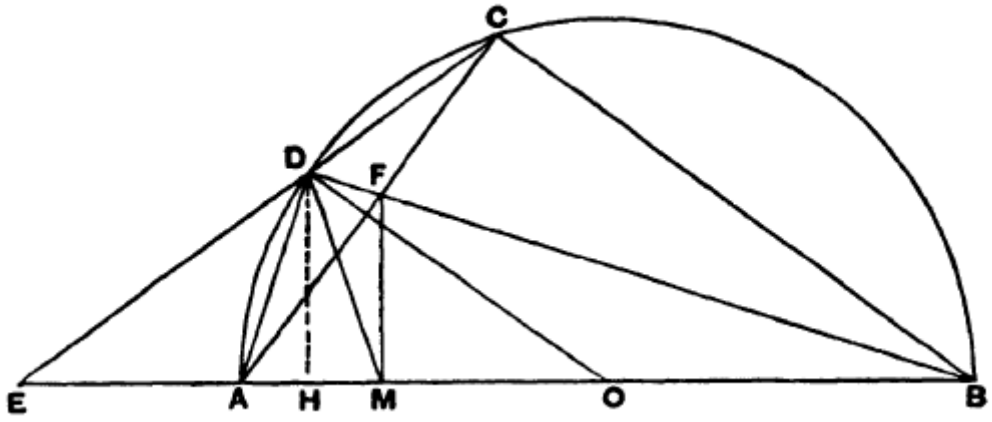


Proposizione 14.

Sia un semicerchio ACB sul diametro AB e siano AD e BE lunghezza uguali misurate lungo AB rispettivamente da A e da B. Sui diametri AD, BE descrivere dei semicerchi dalla stessa parte di

C e sul diametro DE un semicerchio dalla parte opposta. La perpendicolare ad AB per O, centro del primo semicerchio, incontri i semicerchi opposti rispettivamente in C e F. Allora l'area della figura delimitata dalle circonferenze di tutti i semicerchi (il *salinon*) sarà uguale all'area del cerchio sul diametro CF.



Proposizione 15.

Sia AB il diametro di un cerchio, AC il lato di un pentagono regolare inscritto, D il punto medio dell'arco AC. Congiungere C con D e prolungarlo fino ad incontrare il prolungamento di BA in E; congiungere AC e BD in F e tracciare FM perpendicolare ad AB. Allora EM è uguale al raggio del cerchio.